**Занятие 01. 04.09.2023 Тема: Введение в теорию погрешностей**

1) Процесс решения задачи с помощью ЭВМ (Электронных вычислительных машин) обычно включает несколько основных этапов. Давайте рассмотрим каждый из них подробнее:

### **1. Определение цели и формулировка задачи**

Этот этап начинается с понимания того, что именно нужно решить. Включает в себя:

* Анализ требований к результату
* Формулирование конкретной задачи или проблемы
* Выявление ограничений и условий

Важно четко сформулировать задачу, чтобы обеспечить правильное понимание и последующее корректное решение.

### **2. Выбор метода решения**

На этом этапе определяется подход к решению задачи. Включает в себя:

* Анализ возможных методов решения
* Выбор наиболее подходящего метода для конкретной задачи
* Оценка преимуществ и недостатков выбранного метода

Выбор правильного метода критически важен для эффективного решения задачи.

### **3. Программирование алгоритма**

Этот этап включает в себя:

* Разработку пошагового плана решения
* Написание кода на языке программирования
* Реализацию выбранного метода

Код должен быть структурирован, читаемым и отладочным для обеспечения дальнейшего поддержания и развития.

### **4. Тестирование и отладка**

На этом этапе проверяется корректность реализации:

* Проверка входных данных и выходных результатов
* Поиск и устранение ошибок
* Валидация полученных решений

Тщательное тестирование важно для выявления потенциальных проблем и улучшения качества решения.

### **5. Оптимизация (при необходимости)**

Если требуется улучшить производительность или качество решения, проводится оптимизация:

* Анализ времени и памяти использования
* Поиск способов ускорения или уменьшения размера
* Реализация оптимизаций без потери точности результата

Оптимизация может значительно повлиять на скорость и эффективность работы системы.

### **6. Интеграция и документирование**

Заключительный этап включает в себя:

* Интеграцию компонентов системы
* Создание пользовательского интерфейса
* Подготовку документации по использованию и поддержке

Хорошая документация важна для понимания работы системы другими разработчиками и пользователями.

### **7. Мониторинг и поддержка**

Последний, но не менее важный этап:

* Отслеживание производительности системы
* Обнаружение и исправление неполадок
* Регулярная актуализация и обновление системы

Постоянный мониторинг и поддержка обеспечивают долгосрочную работоспособность и эффективность системы.

Эти этапы могут варьироваться в зависимости от конкретной задачи и требований проекта. Однако, они предоставляют общую структуру для эффективного решения задач с помощью ЭВМ.

2) Округление чисел, абсолютная погрешность, верные значения цифр, относительная погрешность приближенных чисел

### 3) **Абсолютная погрешность приближенного значения величины**

Абсолютная погрешность - это максимально возможное значение разницы между приближенным и истинным значениями величины.

Основные характеристики абсолютной погрешности:

* Она имеет единственный знак (положительный или отрицательный).
* Единична (объективна) - не зависит от выбора единиц измерения.
* Представляет собой верхнюю границу возможного расхождения между приближенным и истинным значениями.

Пример: если мы говорим, что значение X равно 10±2, то абсолютная погрешность равна 2.

### **Граница абсолютной погрешности**

Граница абсолютной погрешности - это максимально возможное значение абсолютной погрешности.

Особенности границы абсолютной погрешности:

* Она представляет собой верхнюю границу возможного расхождения между приближенным и истинным значениями.
* Обычно обозначается символом Δ или δ.
* Может быть выражена как процент от приближенного значения или как абсолютное значение.

### 4) **Определение нижней границы**

Нижняя граница определяется как приближенное значение минус граница абсолютной погрешности:

х\_min = х - Ах

### **Определение верхней границы**

Верхняя граница определяется как приближенное значение плюс граница абсолютной погрешности:

х\_max = х + Ах

### **Пример**

Допустим, у нас есть приближенное значение х = 10 и известна граница абсолютной погрешности Ах = 2.

Нижняя граница: х\_min = 10 - 2 = 8 Верхняя граница: х\_max = 10 + 2 = 12

5) 1. Проведение измерений: Выполняются несколько измерений величины x. Пусть результаты измерений будут x\_1, x\_2, …, x\_n.  
  
2. Вычисление среднего значения: Находим среднее значение из всех проведённых измерений:  
     
    x̅ = x\_1 + x\_2 + … + x\_n/n  
  
  
3. Определение отклонений: Для каждого измерения вычисляем отклонение от среднего:  
     
    d\_i = |x\_i - x̅|  
  
  
4. Определение абсолютной ошибки: Границу абсолютной ошибки можно определить как максимальное отклонение:  
     
    Δ x = max(d\_1, d\_2, …, d\_n)  
  
   Либо можно использовать среднеквадратичное отклонение:  
     
    s = √(1/n-1∑\_i=1^n (x\_i - x̅)^2)  
  
   В этом случае граница абсолютной ошибки может быть выражена как:  
     
    Δ x = k · s  
  
   где k — коэффициент, зависящий от уровня доверия (например, для 95% доверительного интервала k может быть около 2).  
  
5. Запись результата: При записи результата указываем приближенное значение x̅ с границей абсолютной ошибки:  
     
    x = x̅±Δ x  
  
  
Таким образом, граница абсолютной ошибки Δ x позволяет оценить точность полученного результата и учитывать возможные погрешности в измерениях.

### 6) **Относительная погрешность приближенного значения величины**

Относительная погрешность - это отношение абсолютной погрешности к значению приближенного значения. Она выражает относительное количество ошибки в измерении или вычислении.

Формула: р = |Δх| / х

где:

* r - относительная погрешность
* Δх - абсолютная погрешность
* х - приближенное значение

### **Граница относительной погрешности**

Граница относительной погрешности - это максимально возможное значение относительной погрешности. Она представляет собой верхнюю границу относительного количества ошибки в измерении или вычислении.

### 7) **Верные цифры в широком смысле**

Цифры, которые точно соответствуют значению числа в его точной форме, называются верными в широком смысле. Это те цифры, которые сохраняются при бесконечном увеличении точности вычислений.

### **Верные цифры в строгом смысле**

Цифры, которые точно соответствуют значению числа в его точной форме и остаются неизменными даже при ограниченном числе вычислений, называются верными в строгом смысле.

### **Ключевые различия:**

1. Точность вычислений:
   * В широком смысле: требует теоретически бесконечной точности вычислений.
   * В строгом смысле: требует ограниченной, но достаточной точности вычислений.
2. Ограничения вычислений:
   * В широком смысле: игнорирует ограничения вычислительной машины.
   * В строгом смысле: учитывает ограничения вычислительной машины.
3. Практическое применение:
   * В широком смысле: часто используется в теории и абстрактных вычислениях.
   * В строгом смысле: применяется в практических вычислениях и настройках вычислительных систем.

### 8) **Значащие цифры**

Значащие цифры - это цифры, которые точно представляют значение числа в его приближенной форме. Они содержат всю существенную информацию о значении числа.

### 9) **Округление числа**

Округление числа - это процесс приближения значения к ближайшему значимому числу. Это происходит при ограниченной точности представления или при необходимости упростить представление числа.

### **Погрешность округления**

Погрешность округления - это разница между округленным значением и истинным значением числа.

Формула погрешности округления: Δ = |x - x'|, где x - истинное значение, x' - округленное значение

10) Погрешности округления методом отбрасывания и симметрическим округлением различаются по способу обработки значений, которые находятся на границе между двумя округляемыми числами. Давайте рассмотрим оба метода подробнее.  
  
1. Метод отбрасывания  
  
Метод отбрасывания (или "округление вниз") заключается в том, что при округлении числа к ближайшему целому или к заданному количеству знаков после запятой все цифры после округляемого разряда просто отбрасываются. Например:  
  
- 2.7 округляется до 2  
- 3.8 округляется до 3  
- 5.5 округляется до 5  
  
Погрешность: Метод отбрасывания может приводить к систематической ошибке, так как он всегда округляет в одну сторону (вниз). Это может привести к недооценке значения, особенно если много значений округляется таким образом.  
  
2. Симметрическое округление  
  
Симметрическое округление (или "округление до ближайшего четного числа") — это метод, при котором числа, находящиеся на границе (например, .5), округляются к ближайшему четному числу. Например:  
  
- 2.5 округляется до 2  
- 3.5 округляется до 4  
- 4.5 округляется до 4  
  
Погрешность: Симметрическое округление позволяет уменьшить систематическую ошибку, так как оно не всегда округляет в одну сторону. Это помогает сбалансировать погрешности при большом количестве округлений, что приводит к более точным результатам в статистических расчетах.  
  
▎Сравнение погрешностей  
  
1. Систематическая ошибка:  
   - Метод отбрасывания может создавать смещение в меньшую сторону.  
   - Симметрическое округление минимизирует систематическую ошибку, распределяя ее более равномерно.  
  
2. Точность:  
   - Симметрическое округление может быть более точным в долгосрочной перспективе, особенно при обработке больших наборов данных.  
  
3. Применение:  
   - Метод отбрасывания может быть проще в реализации и быстрее, но менее точен.  
   - Симметрическое округление чаще используется в научных и финансовых расчетах для обеспечения большей точности.

11) Для приближенного числа, полученного в результате округления, абсолютная погрешность принимается равной половине единицы последнего разряда числа. Например, значение могло быть получено округлением чисел 0.73441, 0.73353 и др.